ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA – CORSO M

LAUREA Ing. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 22 Gennaio 2018 – Traccia II

COGNOME\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ NOME\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ MATRICOLA:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Q1) Dare la definizione di applicazione lineare, di immagine e di nucleo.

Q2) Dimostrare la condizione di perpendicolarità fra retta e piano nello spazio S3, nel quale è fissato un riferimento cartesiano *RC*(O,x,y,z).

Q3) Discutere il sistema

al variare di k in R e calcolare le soluzioni nel caso k = 1.

Q4) Data la funzione

1. dimostrare che f è lineare;
2. calcolare una base e la dimensione di Im(f);
3. calcolare una base e la dimensione di Ker(f).

Q5) Data la conica di equazione :

1. classificare la conica (specie e genere);
2. calcolare la sua equazione canonica.

Q6) Nel riferimento cartesiano ortonormale *RC*(O,i,j,k) sono dati il punto P(1, -1, 1), la retta r di equazioni e il piano  di equazione x +2 y – z = 0.

1. Calcolare le equazioni della retta s passante per P, parallela alla retta r.
2. Calcolare l’equazione del piano ’ passante per P e parallelo al piano .
3. Calcolare la distanza fra i piani  e ’.

FOGLIO DELLE RISPOSTE

(Q1) (Sul foglio)

(Q2) (Sul foglio)

(Q3)

* Sistema determinato: //
* Sistema indeterminato:
* Sistema impossibile: //
* Soluzione nel caso k = 1:

(Q4)

1. (Dimostrazione sul foglio)
2. , dim Im(f) = 2;
3. Bker(f) = ; dim Ker(f) = 1.

(Q5)

1. Specie: IPERBOLE, Genere: NON DEGENERE
2. Equazione canonica: .

(Q6)

1. Equazioni di s:
2. Equazione di ’:

Soluzione

(Q1) Siano V e V’ due spazi vettoriali su K e sia .

1. Si dice che f è un’applicazione lineare se
2. .

(Q2) Sia r una retta di vettore direttore e sia

ax + by + cz + d = 0.

Indicato con un vettore perpendicolare al piano , si ha:

(Q3) E’ dato il sistema .

Le matrici associate al sistema sono:

Considerata la matrice A, si ha:

.

Discussione

1. Per k = 1, il sistema diventa e le matrici associate sono:

Poiché il sistema è compatibile e ammette

Dunque, il sistema è indeterminato: per nessun valore di k è determinato o impossibile.

Calcoliamo le soluzioni del sistema per k = 1.

Per k = 1, osservato che è si ha:

Quindi, le infinite soluzioni del sistema sono:

(Q4) E’ data la funzione

1. Dimostriamo che f è un’applicazione lineare.

= (



.

sono L.D.

Una base è e dim 2.

Una base di Ker(f) è e dim Ker(f) = 1.

(Q5)

(a) E’ data la conica di equazione 

Le matrici associate alla conica sono:

Poiché la conica è un’iperbole e poiché

la conica è non degenere.

1. Calcoliamo gli autovalori di A00.

L’equazione canonica dell’iperbole è

la cui matrice associata è

Imponiamo che

Quindi, l’equazione canonica dell’iperbole è

(Q6)

1. La retta r: , la cui matrice dei coefficienti è , ha parametri direttori

Quindi, la retta s passante per P(1,-1,1) e parallela alla retta r ha equazioni

.

1. Il piano ha parametri di giacitura

Quindi, il piano passante per P(1,-1,1) e parallelo al piano , ha equazione

1. La distanza fra i due piani è